

บทที่ 1 ระบบจำนวน

วัตถุประสงค์

- มีความเข้าใจในเรื่องระบบเลขฐานต่างๆ
- สามารถแปลงเลขจากฐานหนึ่งไปสู่อีกฐานหนึ่งได้
- มีความเข้าใจในเรื่องรหัสไบนารี



1.1 เลขฐาน

ในระบบดิจิทัลมีการใช้ตัวเลขอยู่หลายฐาน เช่น

- ฐานสอง มีสัญลักษณ์ที่ใช้งาน 2 ตัวคือ 0, 1
- ฐานแปด มีสัญลักษณ์ที่ใช้งาน 8 ตัวคือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 และ 7
- ฐานสิบ มีสัญลักษณ์ที่ใช้งาน 10 ตัวคือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 และ 9
- ฐานสิบหก มีสัญลักษณ์ที่ใช้งาน 16 ตัวคือ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E และ F

เปรียบเทียบเลขฐานต่างๆ

| ฐาน 10 | ฐาน 2 | ฐาน 8 | ฐาน 16 |
|--------|-------|-------|--------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 10 | 2 | 2 |
| 3 | 11 | 3 | 3 |
| 4 | 100 | 4 | 4 |
| 5 | 101 | 5 | 5 |
| 6 | 110 | 6 | 6 |
| 7 | 111 | 7 | 7 |
| 8 | 1000 | 10 | 8 |
| 9 | 1001 | 11 | 9 |
| 10 | 1010 | 12 | A |
| 11 | 1011 | 13 | B |
| 12 | 1100 | 14 | C |
| 13 | 1101 | 15 | D |
| 14 | 1110 | 16 | E |
| 15 | 1111 | 17 | F |
| 16 | 10000 | 20 | 10 |

3

1.2 รูปแบบทั่วไปของระบบจำนวน

$$D = \sum_{i=-n}^{p-1} d_i r^i$$

$$D = d_{p-1} * r^{p-1} + \dots + d_2 * r^2 + d_1 * r^1 + d_0 * r^0 + d_{-1} * r^{-1} + d_{-2} * r^{-2} + \dots + d_{-n} * r^{-n}$$

โดย D คือ ค่าของเลขฐานใดๆ n . คือจำนวนตัวเลขหลังจุด
 p คือจำนวนตัวเลขหน้าจุด d_i คือตัวเลขลำดับที่ i
 r คือฐานของเลขนั้น

ลำดับที่ของตัวเลข d_i ถ้าอยู่หน้าจุดจะเริ่มจาก ตำแหน่งที่ติดกับจุดเป็นตำแหน่ง '0' แล้วเป็น 1, 2, 3 ถัดมาทางซ้าย ส่วนตัวเลขหลังจุดจะเริ่มจาก -1, -2, -3 ไปทางขวา

4

ตัวอย่างที่ 1.1 จงใช้สมการที่ (1.1) กระจายตัวเลขต่อไปนี้

ก) 125.3_{10} ข) 10111.001_2
 ค) 125.3_8 ง) 1434.52_{16}

$$\begin{aligned} \text{ก) } 125.3_{10} &= \sum_{i=-1}^2 d_i 10^i \\ &= 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10 + 3 \times 10^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ข) } 10111.001_2 &= \sum_{i=-3}^4 d_i 2^i \\ &= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-3} \end{aligned}$$

5

$$\begin{aligned} \text{ค) } 125.3_8 &= \sum_{i=-1}^2 d_i 8^i \\ &= 1 \times 8^2 + 2 \times 8^1 + 5 \times 8^0 + 3 \times 8^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ง) } 1434.52_{16} &= \sum_{i=-2}^3 d_i 16^i \\ &= 1 \times 16^3 + 4 \times 16^2 + 3 \times 16^1 + 4 \times 16^0 + 5 \times 16^{-1} + 2 \times 16^{-2} \end{aligned}$$

6

ตัวอย่างที่ 1.2 จากตัวอย่างที่ 1.1 จงหาค่า(คิดเป็นเลขฐานสิบ)ของ
ตัวเลขทุกข้อ

ตอบ

- ก) 123.3_{10}
- ข) 23.125_{10}
- ค) 85.375_{10}
- ง) 5172.3203_{10}

7

1.3 การเปลี่ยนเลขฐาน

การเปลี่ยนเลขฐานใดๆ กับฐานสิบ

ตัวอย่างที่ 1.3 จงแปลง 122.25_{10} เป็นเลขฐาน 2,
ฐานแปด และฐานสิบหก

8

$122.25_{10} = ?_2$

122
2)122
 2)61
 2)30
 2)15
 2)7
 2)3
 1

เศษ 0
เศษ 1
เศษ 0
เศษ 1
เศษ 1
เศษ 1

.25
 $0.25 \times 2 = 0.5$ จำนวนเต็ม 0
 $0.5 \times 2 = 1.0$ จำนวนเต็ม 1

0.01

เศษเป็น 0 แปลงเสร็จแล้ว

$122.25_{10} = 1111010.01_2$

9

$122.25_{10} = ?_8$

122
8)122
 8)15
 1

เศษ 2
เศษ 7

.25
 $0.25 \times 8 = 2.0$ จำนวนเต็ม 2

0.2

เศษเป็น 0 แปลงเสร็จแล้ว

$122.25_{10} = 172.2_8$

10

$122.25_{10} = ?_{16}$

$$\begin{array}{r} 122 \\ 16 \overline{)122} \\ \underline{7 } \\ 7 \end{array}$$
 เศษ 10 (=A)

$$\begin{array}{r} .25 \\ 0.25 \times 16 = 4.0 \end{array}$$
 จำนวนเต็ม 4

$$7A.4$$

$$122.25_{10} = 7A.4_{16}$$

เศษเป็น 0 แปลงเสร็จแล้ว

0.4

11

1.3.1 การแปลงระหว่างฐาน 2 กับฐานแปดและฐานสิบหก

การแปลงเลขฐานสอง ไปเป็นฐาน 8 และฐานสิบหก ใช้หลักการต่อไปนี้

- เลขฐานสอง 3 บิต จะเท่ากับเลขฐานแปด 1 หลัก
- เลขฐานสอง 4 บิต จะเท่ากับเลขฐานสิบหก 1 หลัก

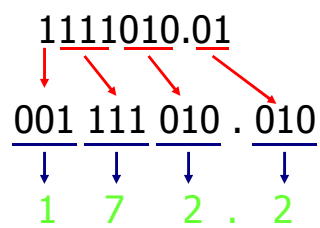
การแปลง

- ใช้การแบ่งฐานสองครั้งละ 3 บิต สำหรับการแปลงเป็นฐานแปด
- และแบ่งครั้งละ 4 บิต สำหรับการแปลงเป็นฐานสิบหก

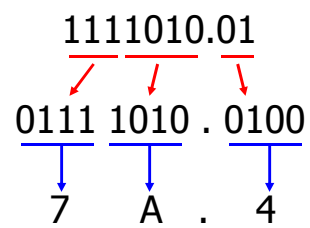
โดยยึดจุดเป็นหลักแล้วนับไปทางซ้ายและขวาของจุด

ตัวอย่างที่ 1.4 จงแปลง 1111010.01_2 เป็นฐานแปดและฐานสิบหก

แปลงเป็นฐานแปด



แปลงเป็นฐานสิบหก



13

รหัสไบนารีแบบอื่นๆ

- รหัสไบนารี (Binary Code)
- รหัส BCD (Binary Code Decimal)
- รหัสเกิน 3 (Excess-3 Code)
- รหัสเกรย์ (Gray Code)
- รหัสแอสกี (ASCII Code)

14

รหัสไบนารี (BINARY CODE)

| เลขฐานสิบ | ไบนารี |
|-----------|--------|
| 0 | 0000 |
| 1 | 0001 |
| 2 | 0010 |
| 3 | 0011 |
| 4 | 0100 |
| 5 | 0101 |
| 6 | 0110 |
| 7 | 0111 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1001 |

รหัสไบนารี = เลขฐานสอง

| เลขฐานสิบ | ไบนารี |
|-----------|---------|
| 8 | 1000 |
| 15 | 1111 |
| 27 | 11011 |
| 106 | 1101010 |

15

รหัส BCD – 8421

| เลขฐานสิบ | BCD – 8421 |
|-----------|------------|
| 0 | 0000 |
| 1 | 0001 |
| 2 | 0010 |
| 3 | 0011 |
| 4 | 0100 |
| 5 | 0101 |
| 6 | 0110 |
| 7 | 0111 |
| 8 | 1000 |
| 9 | 1001 |

เลขฐานสิบ 1 หลัก เขียน
เป็นรหัส BCD ได้ 4 บิต

| เลขฐานสิบ | BCD – 8421 |
|-----------|----------------|
| 8 | 1000 |
| 15 | 0001 0101 |
| 27 | 0010 0111 |
| 106 | 0001 0000 0110 |

16

รหัสเกิน 3 (EXCESS-3 CODE)

| เลขฐานสิบ | EX-3 |
|-----------|------|
| 0 | 0011 |
| 1 | 0100 |
| 2 | 0101 |
| 3 | 0110 |
| 4 | 0111 |
| 5 | 1000 |
| 6 | 1001 |
| 7 | 1010 |
| 8 | 1011 |
| 9 | 1100 |

เลขฐานสิบ 1 หลัก เขียน
เป็นรหัส BCD ได้ 4 บิต

| เลขฐานสิบ | Ex-3 |
|-----------|----------------|
| 8 | 1011 |
| 15 | 100 1000 |
| 27 | 0101 1010 |
| 106 | 0100 0011 1001 |

17

รหัสเกิน 3 (EXCESS-3 CODE)

| เลขฐานสิบ | ไบนารี | BCD – 8421 | Ex-3 |
|-----------|---------|----------------|----------------|
| 8 | 1000 | 1000 | 1011 |
| 15 | 1111 | 0001 0101 | 100 1000 |
| 27 | 11011 | 0010 0111 | 0101 1010 |
| 106 | 1101010 | 0001 0000 0110 | 0100 0011 1001 |

18

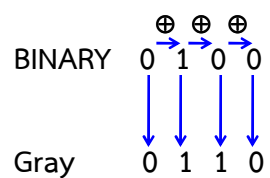
รหัสเกรย์ (GRAY CODE)

| เลขฐานสิบ | ไบนารี | เกรย์ |
|-----------|--------|-------|
| 0 | 0000 | 0000 |
| 1 | 0001 | 0001 |
| 2 | 0010 | 0011 |
| 3 | 0011 | 0010 |
| 4 | 0100 | 0110 |
| 5 | 0101 | 0111 |
| 6 | 0110 | 0101 |
| 7 | 0111 | 0100 |
| 8 | 1000 | 1100 |
| 9 | 1001 | 1101 |

19

รหัสเกรย์ (GRAY CODE)

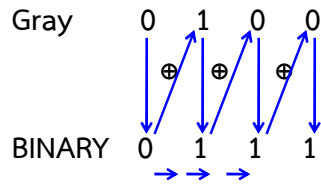
การแปลงจากรหัสไบนารีไปเป็นรหัสเกรย์ ใช้การบวกบิตข้างเคียง โดยเริ่มจากบิตทางซ้ายมาขวา แต่บิตซ้ายสุดไม่ต้องบวกให้เหมือนไบนารี และการบวกเป็นการบวกแบบตัดตัวทศทั้ง



20

รหัสเกรย์ (GRAY CODE)

การแปลงจากรหัสเกรย์ไปเป็นรหัสไบนารี ใช้การบวกตามรูป



รหัส ASCII

AMERICAN STANDARD CODE FOR INFORMATION INTERCHANGE

| Dec | Hex | Name | Char | Ctrl-char | Dec | Hex | Char | Dec | Hex | Char | Dec | Hex | Char |
|-----|-----|-------------------|------|-----------|-----|-----|-------|-----|-----|------|-----|-----|------|
| 0 | | Null | NUL | CTRL-@ | 32 | 20 | Space | 64 | 40 | @ | 96 | 60 | ` |
| 1 | 1 | Start of heading | SOH | CTRL-A | 33 | 21 | ! | 65 | 41 | A | 97 | 61 | a |
| 2 | 2 | Start of text | STX | CTRL-B | 34 | 22 | " | 66 | 42 | B | 98 | 62 | b |
| 3 | 3 | End of text | ETX | CTRL-C | 35 | 23 | # | 67 | 43 | C | 99 | 63 | c |
| 4 | 4 | End of xmit | EOT | CTRL-D | 36 | 24 | \$ | 68 | 44 | D | 100 | 64 | d |
| 5 | 5 | Enquiry | ENQ | CTRL-E | 37 | 25 | % | 69 | 45 | E | 101 | 65 | e |
| 6 | 6 | Acknowledge | ACK | CTRL-F | 38 | 26 | & | 70 | 46 | F | 102 | 66 | f |
| 7 | 7 | Bell | BEL | CTRL-G | 39 | 27 | ' | 71 | 47 | G | 103 | 67 | g |
| 8 | 8 | Backspace | BS | CTRL-H | 40 | 28 | (| 72 | 48 | H | 104 | 68 | h |
| 9 | 9 | Horizontal tab | HT | CTRL-I | 41 | 29 |) | 73 | 49 | I | 105 | 69 | i |
| 10 | 0A | Line feed | LF | CTRL-J | 42 | 2A | * | 74 | 4A | J | 106 | 6A | j |
| 11 | 0B | Vertical tab | VT | CTRL-K | 43 | 2B | + | 75 | 4B | K | 107 | 6B | k |
| 12 | 0C | Form feed | FF | CTRL-L | 44 | 2C | , | 76 | 4C | L | 108 | 6C | l |
| 13 | 0D | Carriage feed | CR | CTRL-M | 45 | 2D | - | 77 | 4D | M | 109 | 6D | m |
| 14 | 0E | Shift out | SO | CTRL-N | 46 | 2E | . | 78 | 4E | N | 110 | 6E | n |
| 15 | 0F | Shift in | SI | CTRL-O | 47 | 2F | / | 79 | 4F | O | 111 | 6F | o |
| 16 | 10 | Data line escape | DLE | CTRL-P | 48 | 30 | 0 | 80 | 50 | P | 112 | 70 | p |
| 17 | 11 | Device control 1 | DC1 | CTRL-Q | 49 | 31 | 1 | 81 | 51 | Q | 113 | 71 | q |
| 18 | 12 | Device control 2 | DC2 | CTRL-R | 50 | 32 | 2 | 82 | 52 | R | 114 | 72 | r |
| 19 | 13 | Device control 3 | DC3 | CTRL-S | 51 | 33 | 3 | 83 | 53 | S | 115 | 73 | s |
| 20 | 14 | Device control 4 | DC4 | CTRL-T | 52 | 34 | 4 | 84 | 54 | T | 116 | 74 | t |
| 21 | 15 | Neg acknowledge | NAK | CTRL-U | 53 | 35 | 5 | 85 | 55 | U | 117 | 75 | u |
| 22 | 16 | Synchronous idle | SYN | CTRL-V | 54 | 36 | 6 | 86 | 56 | V | 118 | 76 | v |
| 23 | 17 | End of xmit block | ETB | CTRL-W | 55 | 37 | 7 | 87 | 57 | W | 119 | 77 | w |
| 24 | 18 | Cancel | CAN | CTRL-X | 56 | 38 | 8 | 88 | 58 | X | 120 | 78 | x |
| 25 | 19 | End of medium | EM | CTRL-Y | 57 | 39 | 9 | 89 | 59 | Y | 121 | 79 | y |
| 26 | 1A | Substitute | SUB | CTRL-Z | 58 | 3A | : | 90 | 5A | Z | 122 | 7A | z |
| 27 | 1B | Escape | ESC | CTRL-[| 59 | 3B | ; | 91 | 5B | [| 123 | 7B | { |
| 28 | 1C | File separator | FS | CTRL-\ | 60 | 3C | < | 92 | 5C | \ | 124 | 7C | |
| 29 | 1D | Group separator | GS | CTRL-] | 61 | 3D | = | 93 | 5D |] | 125 | 7D | } |
| 30 | 1E | Record separator | RS | CTRL-^ | 62 | 3E | > | 94 | 5E | ^ | 126 | 7E | ~ |
| 31 | 1F | Unit separator | US | CTRL-` | 63 | 3F | ? | 95 | 5F | ` | 127 | 7F | DEL |